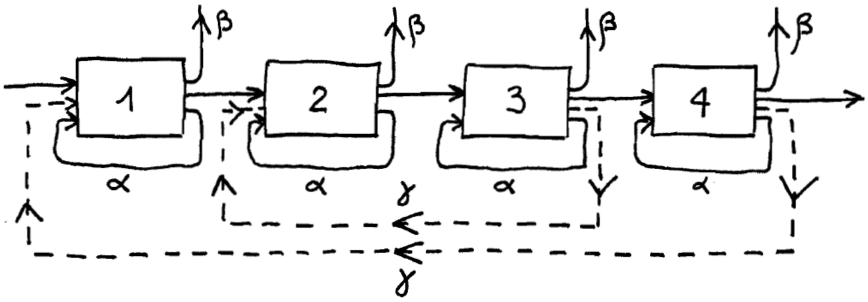
Domanda 1 – 8 punti

Un processo produttivo è composto da 4 stadi in cascata, in cui ciascun pezzo rimane esattamente 6 ore. I flussi di materiale sono rappresentati nello schema seguente:



La frazione di pezzi che riciclano in ogni stadio è $\alpha = 0.2$, la frazione di pezzi scartati $\beta = 0.1$.

IGNORARE MOMENTANEAMENTE I COLLEGAMENTI TRATTEGGIATI

a) Rappresentare il processo produttivo mediante un sistema dinamico a tempo discreto (specificando anche le matrici A, b, c, d), in cui $u(t)$ rappresenti il numero di nuovi pezzi in lavorazione e $y(t)$ il numero di pezzi finiti con successo.

b) Discutere la stabilità del sistema.

c) Dal momento in cui si interrompe l'alimentazione di nuovi pezzi, dopo quante ore il processo produttivo si svuota?

INSERIRE ORA I COLLEGAMENTI TRATTEGGIATI

I collegamenti tratteggiati portano una frazione $\gamma = 0.1$ dei pezzi uscenti dagli stadi 3 e 4, rispettivamente.

d) Specificare le matrici A, b, c, d del nuovo processo produttivo così ottenuto.

e) Discutere la stabilità del sistema *(è richiesto l'utilizzo di un metodo formale di analisi – no calcolatrice).*

a) $x_1(t+1) = u(t) + \alpha x_1(t)$

$x_2(t+1) = (1-\alpha-\beta)x_1(t) + \alpha x_2(t)$

$x_3(t+1) = (1-\alpha-\beta)x_2(t) + \alpha x_3(t)$

$x_4(t+1) = (1-\alpha-\beta)x_3(t) + \alpha x_4(t)$

$y(t) = (1-\alpha-\beta)x_4(t)$

$$A = \begin{vmatrix} 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7 & 0.2 \end{vmatrix} \qquad b = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \cancel{0.4}\ 0.7 \end{vmatrix} \qquad d = 0$$

b) $\sigma(A) = \{0.2, 0.2, 0.2, 0.2\}$ $\quad |\lambda_i| < 1 \;\; \forall i \implies A$ asint. stabile

c) $T_R \simeq 5 T_D = 5 \cdot \left(-\frac{1}{\ln|0.2|} \right) = 3.11$ unità di tempo $= 18.6$ ore

d) $x_1(t+1) = u(t) + \alpha x_1(t) + \gamma x_4(t)$

$x_2(t+1) = (1-\alpha-\beta)x_1(t) + \alpha x_2(t) + \gamma x_3(t)$

$x_3(t+1) = (1-\alpha-\beta)x_2(t) + \alpha x_3(t)$

$x_4(t+1) = (1-\alpha-\beta-\gamma)x_3(t) + \alpha x_4(t)$

$y(t) = (1-\alpha-\beta-\gamma)x_4(t)$

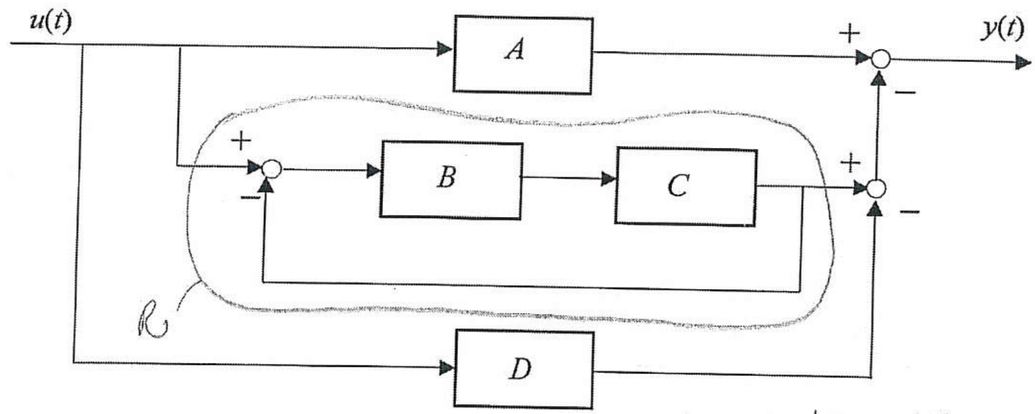
$$A = \begin{vmatrix} 0.2 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0.7 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6 & 0.2 \end{vmatrix} \qquad b = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.6 \end{vmatrix} \qquad d = 0$$

e) A è matrice positiva:

Somme di colonna $0.3 \leqslant c_i \leqslant 0.9$ quindi $\lambda_D \leqslant 0.9 \implies A$ asint. stabile.

2) Si consideri il sistema rappresentato in figura.



tr = −3 det = +2

Il blocco A è descritto dalla matrice di stato $A_A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, il blocco B ha funzione di trasferimento $G_B(s) = \frac{s}{s-2}$, il blocco D è descritto dal modello $\ddot{y}_D + 2\dot{y}_D + 10y_D = -2\dot{u}_D$.

a) Supponendo che il blocco C abbia funzione di trasferimento $G_C(s) = \frac{\alpha}{s+\beta}$, determinare per quali valori di α e β il sistema in figura risulta asintoticamente stabile.

b) Scelta una qualunque coppia (α,β) che rende il sistema asintoticamente stabile, determinare tutte le costanti di tempo del sistema, il tempo di risposta e la presenza di eventuali oscillazioni infinite.

c) Come cambierebbe la stabilità del sistema se il blocco D fosse descritto dal modello $\dddot{y}_D + \ddot{y}_D + 2\dot{y}_D + 10y_D = -2\dot{u}_D$?

SOLUZIONE

a) $\Sigma = A \,//\, R \,//\, D$ è A.S. $\iff$ A, R e D sono A.S.

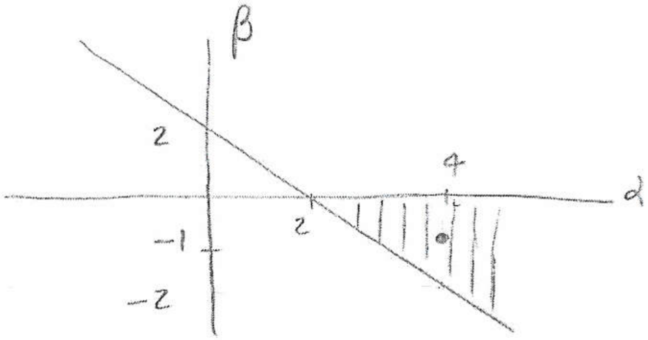
$A \rightarrow \lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0 \rightarrow (\lambda+1)(\lambda+2) = 0$

$\{\lambda\}_A = \{-1, -2, -1, -2\}$ $\mathrm{Re}(\lambda_i) < 0 \rightarrow A$ è A.S

$D \rightarrow \lambda^2 + 2\lambda + 10 = 0$ $\lambda = -1 \pm i\,3$ $\mathrm{Re}(\lambda_i) < 0 \rightarrow D$ è A.S.

$$R = \frac{G_B \cdot G_C}{1 + G_B\, G_C} = \frac{\alpha s}{s^2 + s(\alpha+\beta-2) - 2\beta}$$

$$\begin{cases} \alpha+\beta-2>0 \\ -2\beta>0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta > 2-\alpha \\ \beta<0 \end{cases} \Rightarrow R \text{ è A.S. così come } \Sigma$$



b) $\alpha=4$, $\beta=-1$ $\rightarrow$ $G_R = \dfrac{4\alpha}{s^2+s+2}$ $\rightarrow$ $\lambda_{1,2} = \dfrac{-1 \pm i\sqrt{7}}{2}$

$$\{\lambda\}_\Sigma = \{\underbrace{-1,-2,-1,-2}_{A},\ \underbrace{-1+i\,3,\ -1-i\,3}_{D},\ \underbrace{\frac{-1+i\sqrt{7}}{2},\ \frac{-1-i\sqrt{7}}{2}}_{R}\}$$

$\{T\} = \{1, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1, 1, 2, 2\}$ $\quad T_D = 2 \quad T_R = 10$

$\exists \lambda_i \in \mathbb{C} \rightarrow \exists$ oscillazioni

c) $D \rightarrow \lambda^3+\lambda^2+2\lambda+10=0$

$a_1 = 1$
$a_2 = 2$
$a_3 = 10$

$a_1 a_2 = 2 \not> a_3 = 10 \xrightarrow{\text{HURWITZ}}$ D non è A.S. così come Σ

3) Si consideri il seguente sistema:

$$\dot{x}_1 = x_1 - x_2^2$$
$$\dot{x}_2 = -x_1 - 2x_2$$

a) Determinare gli stati di equilibrio.
b) Studiarne la stabilità, ~~classificando la tipologia (p.e.: nodo stabile, sella, …)~~ di ciascun equilibrio.
c) Tracciare il quadro delle traiettorie nell'intorno di ciascun equilibrio.
d) Determinare il verso del vettore tangente le traiettorie in ogni punto dello spazio di stato.
e) Tracciare un possibile quadro delle traiettorie del sistema coerente con tutte le informazioni ottenute.

3)

a) $\dot{x}_1 = 0 \rightarrow x_1 = x_2^2$

$\dot{x}_2 = 0 \rightarrow x_1 = -2x_2$

$$x_2^2 + 2x_2 = x_2(x_2+2) = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = 0, \quad x_2 = -2$$

$A = (0, 0) \qquad B = (4, -2)$

b) $J = \begin{vmatrix} 1 & -2x_2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}$

$J_A = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} \qquad \lambda_1 = 1, \ \lambda_2 = -2 \qquad$ A INST

$J_B = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} \qquad tr = -1, \ det = 2 \qquad \lambda^2 + \lambda + 2 = 0 \qquad \lambda = \dfrac{-1 \pm i\sqrt{7}}{2}$

B loc. A.S.

---

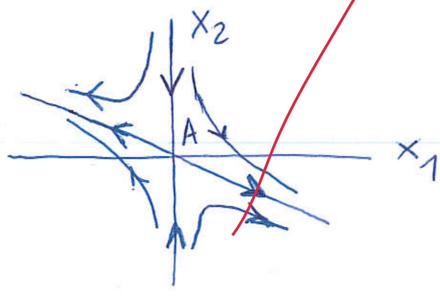
c) A SELLA

$J_A w = \lambda w$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} w_1 \\ w_2 \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} w_1 \\ w_2 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} w_1 = \lambda w_1 \\ -w_1 - 2w_2 = \lambda w_2 \end{array}$$

$\lambda_1 = 1 \rightarrow w_2 = -\frac{1}{3} w_1$

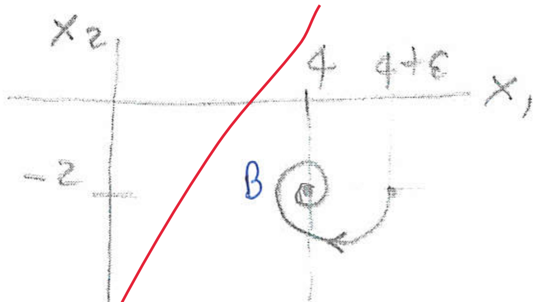
$\lambda_2 = -2 \rightarrow w_1 = 0$



B FUOCO STABILE

$x(0) = \begin{vmatrix} 4+\varepsilon \\ -2 \end{vmatrix} \qquad \varepsilon > 0$

$\dot{x}_2(0) = -4 - \varepsilon + 4 = -\varepsilon < 0$



2)
Si consideri il sistema lineare a <u>tempo discreto</u> descritto da

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0.5 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Studiarne la stabilità, la raggiungibilità e l'osservabilità.
b) Verificare se è possibile stabilizzarlo con una retroazione dinamica dall'uscita (regolatore = ricostruttore + legge di controllo) e, in caso affermativo, determinare un regolatore che porta il sistema all'equilibrio in tempo finito.

Soluzione [se necessario proseguire sul retro]:

a) $\lambda_A = \{2;\ 0{,}5\}$ $\quad \exists\ |\lambda| > 1 \Rightarrow$ INSTAB.

$R = \begin{vmatrix} b & Ab \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$ $\quad \det R = -1 \Rightarrow$ C.R.

$\theta = \begin{vmatrix} c \\ cA \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0{,}5 \end{vmatrix}$ $\quad \det \theta = 1 \Rightarrow$ C.θ.

b) Sì essendo il sist. CR e Cθ. $A+bk$ e $A+lc$ devono avere tutti i λ in 0.

$A+bk = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0{,}5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} k_1 & k_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2+k_1 & k_2 \\ -1 & 0{,}5 \end{vmatrix}$ $\quad$ $tr = 2{,}5 + k_1 = 0$, $\quad \det = (2+k_1)0{,}5 + k_2 = 0$

$K_1 = -2{,}5 \quad k_2 = 0{,}25$

$A+lc = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0{,}5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} l_1 \\ l_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & l_1 \\ -1 & 0{,}5+l_2 \end{vmatrix}$ $\quad$ $tr = 2{,}5 + l_2 = 0$, $\quad \det = (0{,}5+l_2)2 + l_1 = 0$

$l_2 = -2{,}5 \quad l_1 = 4$

4) Un sistema meccanico è descritto dal seguente modello di stato, in cui (x_1, x_2) rappresentano, rispettivamente posizione e velocità.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - x_2 + u \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

a) Studiare la stabilità, la raggiungibilità e l'osservabilità del sistema.
b) Progettare un ricostruttore dello stato il cui errore di stima si annulli in circa 0.1 secondi.
c) Progettare una legge di controllo che porti il sistema a regime in circa 1 secondo.
d) Verificare se è possibile controllare il sistema con una retroazione diretta (statica) dall'uscita, cioè $u = ky$, verificando se esistono valori di k per cui il sistema è asintoticamente stabile.

4)

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} = b$$

$$c = \begin{vmatrix} 1 & 0 \end{vmatrix}$$

a) $\left.\begin{array}{l} tr(A) = -1 < 0 \\ det(A) = 1 > 0 \end{array}\right| \rightarrow A.S.$

$R = |b \;\; Ab| = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \quad det(R) = -1 \rightarrow CR$

$\Theta = \begin{vmatrix} c \\ -cA \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad det(\Theta) = 1 \rightarrow CO$

b) $A + \ell c \rightarrow T_R = 0{,}1 \rightarrow T_D = 0{,}02 \rightarrow Re(\lambda_D) = -50 \rightarrow \lambda_1^* = \lambda_2^* = -50$

$$A + \ell c = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \end{vmatrix} |1 \;\; 0| = \begin{vmatrix} \ell_1 & 1 \\ -1+\ell_2 & -1 \end{vmatrix}$$

$\left.\begin{array}{l} tr(A+\ell c) = \ell_1 - 1 = -100 \\ det(A+\ell c) = -\ell_1 + 1 - \ell_2 = 2500 \end{array}\right. \rightarrow \ell = \begin{vmatrix} -99 \\ -2400 \end{vmatrix}$

c) $A + bk \rightarrow T_R = 1 \rightarrow T_D = 0{,}2 \rightarrow Re(\lambda_D) = -5 \rightarrow \lambda_3^* = \lambda_4^* = -5$

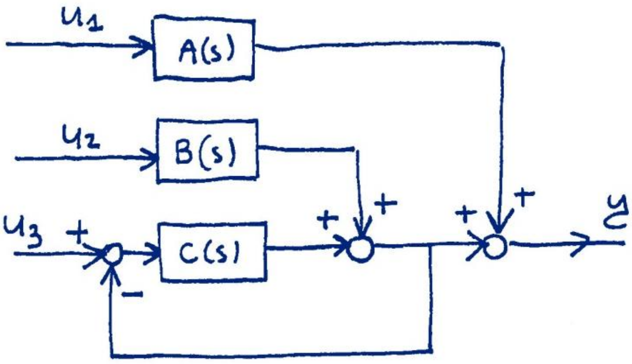
$$A + bk = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} |k_1 \;\; k_2| = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1+k_1 & -1+k_2 \end{vmatrix}$$

$\left.\begin{array}{l} tr(A+bk) = -1 + k_2 = -10 \\ det(A+bk) = 1 - k_1 = 25 \end{array}\right. \longrightarrow k = |-9 \;\; -24|$

d) $u = kx_1 \qquad \dot{x} = \tilde{A}x \rightarrow \tilde{A} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1+k & -1 \end{vmatrix}$

$\left.\begin{array}{l} tr(\tilde{A}) = -1 < 0 \\ det(\tilde{A}) = 1 - k > 0 \end{array}\right. \rightarrow \boxed{k < 1} \quad A.S.$

1) Si consideri il sistema a tempo continuo rappresentato in figura:



in cui $A(s) = s(s-1)/(s+1)^3$, $B(s) = 2/(s^2+2s+2)$, $C(s) = (4s+7)/(s+1)^2$.

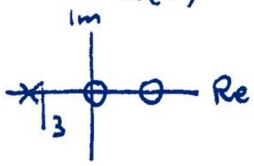
a) Determinare la funzione di trasferimento tra ciascun ingresso e l'uscita e discuterne la stabilità.
b) Determinare qualitativamente l'uscita $y(t)$ quando ai tre ingressi u_1, u_2, u_3 viene applicato uno scalino unitario agli istanti, rispettivamente, 0, 5, 10.
c) Determinare qualitativamente l'uscita $y(t)$ quando ai tre ingressi u_1, u_2, u_3 viene applicato un impulso unitario agli istanti, rispettivamente, 0, 5, 10.

Soluzione [se necessario proseguire sul retro]:

a) $y = Au_1 + Bu_2 + C\left(u_3 - [y - Au_1]\right)$, da cui

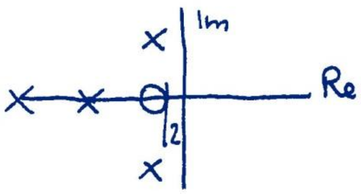
$$y = Au_1 + \underbrace{\frac{B}{1+C}}_{F(s)} u_2 + \underbrace{\frac{C}{1+C}}_{G(s)} u_3$$

$$A(s) = \frac{s(s-1)}{(s+1)^3}$$



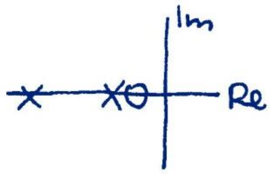
Re(poli) < 0 ∀i
⇒ asint. stabile

$$F(s) = \frac{2}{s^2+2s+2} \cdot \frac{1}{1+\frac{4s+7}{(s+1)^2}} = \frac{2(s+1)^2}{(s+1-i)(s+1+i)(s+2)(s+4)}$$



Re(poli) < 0 ∀i
⇒ asint. stabile

$$G(s) = \frac{\frac{4s+7}{(s+1)^2}}{1+\frac{4s+7}{(s+1)^2}} = \frac{4s+7}{(s+2)(s+4)}$$

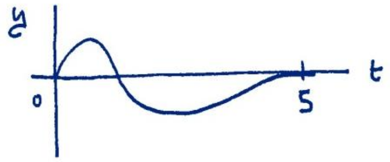


Re(poli) < 0 ∀i
⇒ asint. stabile

b) $A(s)$: $y(\infty) = A(0) = 0$

$r = 1$: $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 1 > 0$, $T_R \simeq 5$

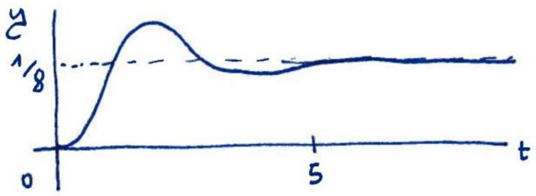
estremi : $m_s = 2$, $N = 2$



$F(s)$: $y(\infty) = F(0) = 1/8$

$r = 2$: $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$, $\ddot{y}(0) = 2 > 0$, $T_R \simeq 5$

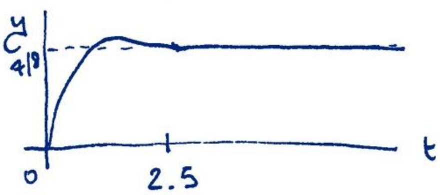
oscillazioni: $\tau = \dfrac{2\pi}{1}$



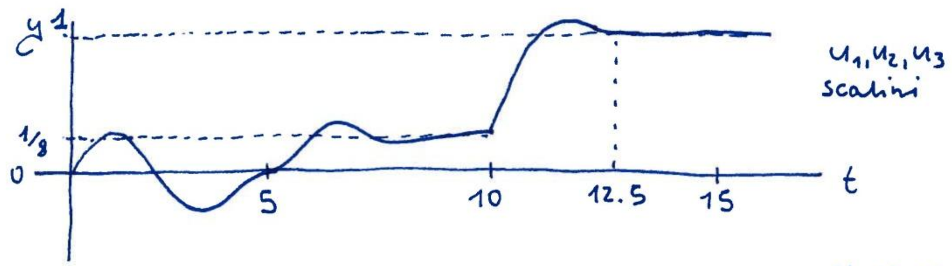
$G(s)$: $y(\infty) = G(0) = 7/8$

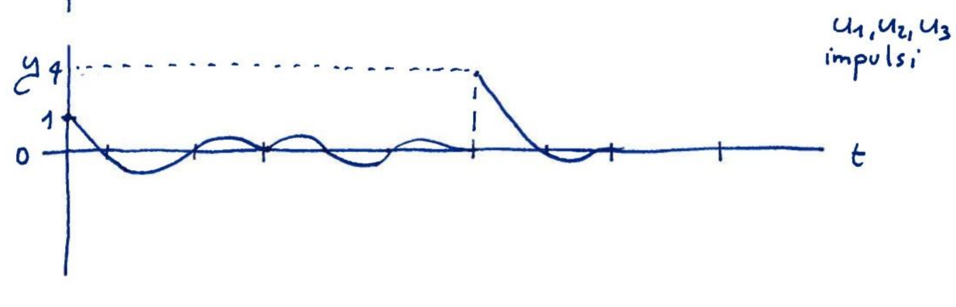
$r = 1$: $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 4 > 0$, $T_R \simeq 5/2$

estremi : $m_s = 1$, $N = 1$

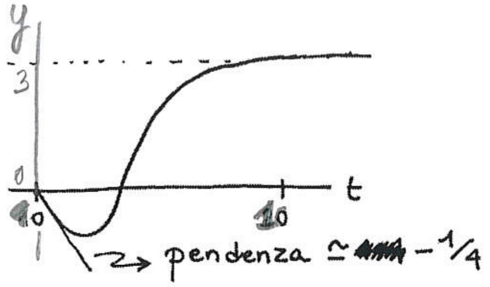


Complessivamente (ricordando che la risposta all'impulso è ottenibile graficamente come derivata della risposta allo scalino):





5) In figura è rappresentata la risposta allo scalino unitario (applicato in $t = 0$) rilevata sperimentalmente su un sistema.

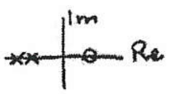


a) Determinare una funzione di trasferimento $G(s)$ compatibile con la rilevazione sperimentale.
b) Determinare (in modo qualitativo) e rappresentare graficamente la risposta all'impulso del sistema ottenuto mettendo in cascata a $G(s)$ il sistema con funzione di trasferimento

$$H(s) = \frac{1+2s}{s(25s^2 + 10s + 26)}$$

Soluzione [se necessario proseguire sul retro]:

a)
Sistema esternamente stabile, $G(0) = y_\infty = 3$.
$T_R \simeq 10 \Rightarrow T_D \simeq 2$
1 estremo $\Rightarrow$ 1 zero superiore "instabile", poiché $\dot{y}(0) < 0$



$$G(s) = 3\,\frac{1-s\tau}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

Scelgo $T_1 = T_2 = 2\ (= T_D)$, $\dot{y}(0) = -\frac{3\tau}{4} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \tau = \frac{1}{3}$

$$G(s) = 3\,\frac{1-s\frac{1}{3}}{(1+2s)^2}$$

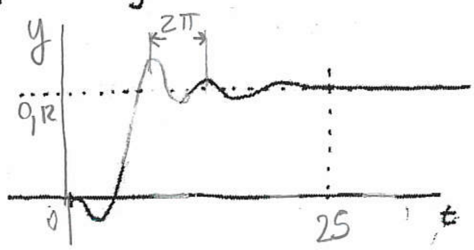
b) $$F(s) = G(s)H(s) = \frac{3}{s}\,\frac{(1-s\frac{1}{3})\cancel{(1+2s)}}{(1+2s)^{\cancel{2}}(25s^2+10s+26)} = \frac{3}{s}\,\frac{1-s\frac{1}{3}}{(1+2s)(25s^2+10s+26)}$$

Risp. impulso di F coincide con Risp. SCALINO di

$$\tilde{F}(s) = 3\,\frac{1-s\frac{1}{3}}{(1+2s)\underbrace{(25s^2+10s+26)}_{\text{poli complessi: } -\frac{1}{5} \pm i}}$$

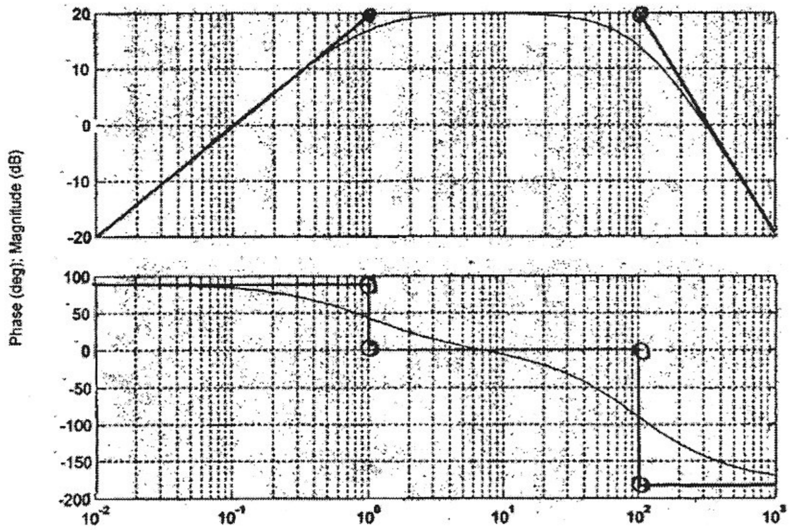
$\tilde{F}$ est. stabile (tutti i poli hanno $Re(p) < 0$)
$y_\infty = \tilde{F}(0) = 3/26 \simeq 0.12$
$\tilde{r} = 2$: $y(0) = \dot{y}(0) = 0$
$\ddot{y}(0) = -1/100 < 0$

$Re(p_D) = -\frac{1}{5}$, $T_D = 5 \Rightarrow T_R = 25$
$\tau_{osc} \simeq \frac{2\pi}{Im(p)} = 2\pi$
$\hookrightarrow 1$



1)

Mediante una serie di esperimenti su un sistema, si sono ricavati i diagrammi di Bode (modulo e fase) riportati in figura.



a) Determinare la funzione di trasferimento del sistema.

b) Determinare e rappresentare graficamente la risposta allo scalino.

b) Calcolare l'uscita a transitorio esaurito quando

$$u(t) = -5\,\mathrm{sca}(t) + 10\sin(10t)$$

Soluzione [se necessario proseguire <u>sul retro</u>]:

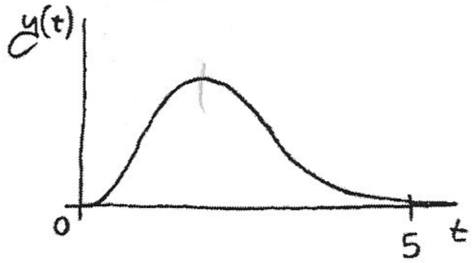
a) $G(s) = 10\,s\,\dfrac{1}{(1+s)(1+0.01s)^2}$, sistema ESTERNAMENTE STABILE

b) $G(0) = 0 \Rightarrow y(t) \to 0$ per $t \to \infty$

grado relativo $r = 2 \Rightarrow y(0) = 0,\ \dot{y}(0) = 0,\ \ddot{y}(0) = \dfrac{10}{10^{-4}} > 0$

Non vi sono oscillazioni.

$T_d = 1 \Rightarrow T_R \simeq 5$



$m_s = 1 \quad \delta = 0$

$N = 1$

c) $u_1(t) = -5\,\mathrm{sca}(t)$

$u_2(t) = 10\sin(10t)$

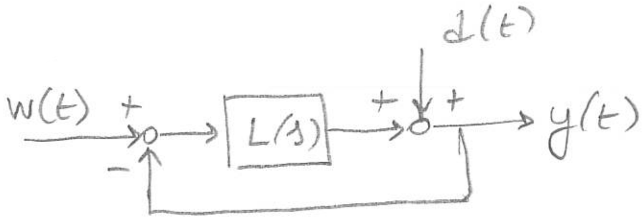
A transitorio esaurito:

$y_1(t) = G(0)\cdot(-5) = 0$

dai diagr. di Bode

$y_2(t) = |G(i10)|\,10\sin(10t + \measuredangle G(i10)) \simeq 10\cdot 10\sin(10t + 0)$

$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$



Dato il sistema retroazionato in figura dove

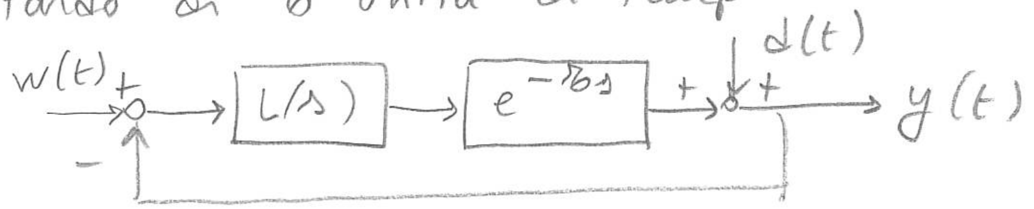
$$L(s) = 100\,\frac{s+1}{s(1+0{,}1s)}$$

a) Studiarne la stabilità, valutando banda passante e tempo di risposta

b) Determinare l'ampiezza massima dell'uscita a transitorio esaurito per

$w(t) = 2\,sca(t)$ $\qquad$ $d(t) = 0{,}05\,sca(t) + 0{,}01\,sen(5t)$

c) Introducendo nello schema di controllo un ritardo di τ unità di tempo



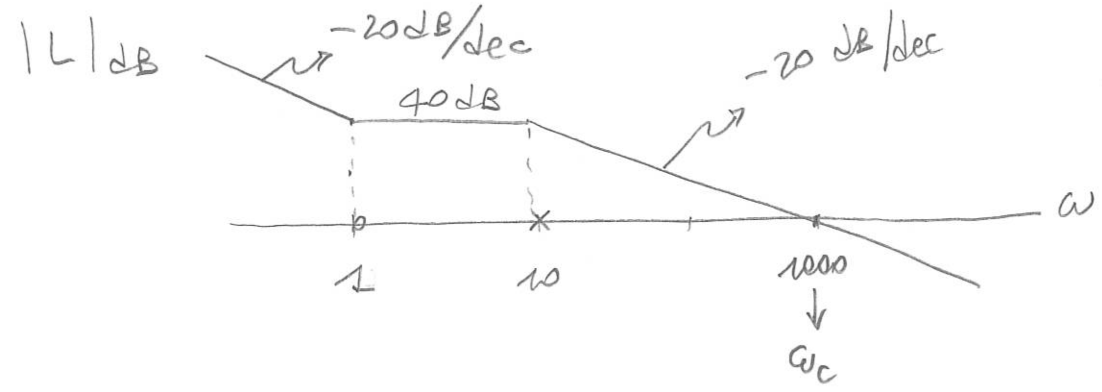
determinare il massimo valore di τ che ne garantisca la asintotica stabilità.

a) Uso il criterio di Bode visto che le condizioni di applicabilità sono soddisfatte:

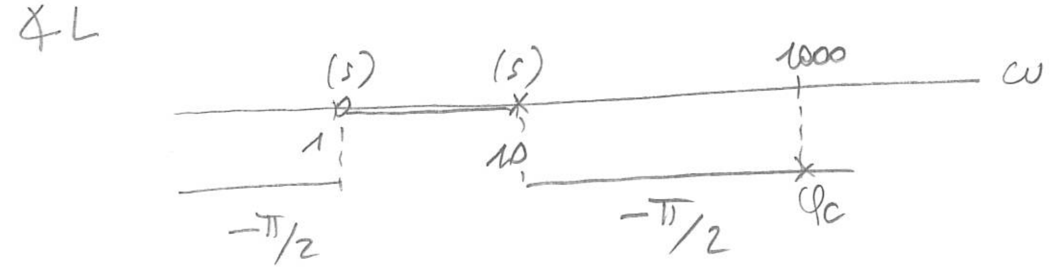
$L(s)$ propria $\rightarrow$ # poli > # zeri

$L(s)$ non ha poli a $\mathbb{R}e > 0$ $\rightarrow$ $p_1 = 0 \quad p_2 = -10$

$|L|_{dB} \cap ! \; 0dB \rightarrow$ Infatti:



$\omega_c = 1000$



$\varphi_c \simeq -\pi/2 \quad \rightarrow \varphi_m = \pi - |\varphi_c| = \pi - |-\pi/2| = \pi/2$

Poichè $\mu = 100 > 0$, $\varphi_m = \pi/2 > 0$ $\Longrightarrow$ Il sistema di controllo è A.S

$B = (0, \omega_c) = (0, 1000)$

$T_R = \frac{5}{\omega_c} = \frac{5}{1000} = 0{,}005$

b) <u>**NOTA**</u>

$y = \frac{L}{1+L} w + \frac{1}{1+L} d \qquad e = \frac{1}{1+L} w - \frac{1}{1+L} d$

Essendo $g > 0$ (L ha 1 polo nell'origine), i segnali di disturbo costanti non vanno né sull'uscita né sull'errore. Pertanto

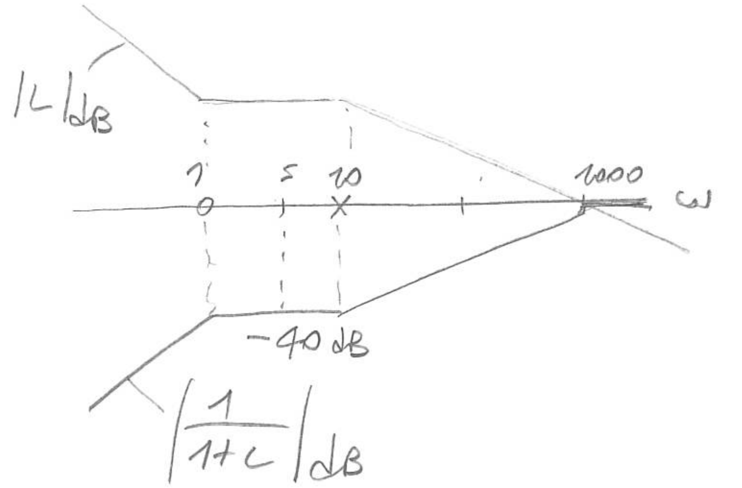
$$y_\infty = \bar{w} + 0{,}01 \left| \frac{1}{1+L} \right|_{s=5i} \operatorname{sen}\left(5t + \measuredangle \frac{1}{1+L}\Big|_{s=5i}\right)$$

$\downarrow$ AMPIEZZA MASSIMA

$$y_\infty^{MAX} = \bar{w} + 0{,}01 \left| \frac{1}{1+L} \right|_{s=5i}$$

$\bar{w} = 2$

$$\left| \frac{1}{1+L} \right|_{s=5i} = 0{,}01$$



$\Downarrow$

$$y_\infty^{MAX} = 2 + 0{,}01 \cdot 0{,}01 = 2{,}0001$$

c) $L \mapsto \tilde{L} = L e^{-\tau s}$ $\qquad |\tilde{L}| = |L|$

$$\measuredangle \tilde{L} = \measuredangle L + \measuredangle e^{-i\omega\tau} = \measuredangle L - \omega\tau$$

Poiché il modulo non varia $\Rightarrow \omega_c = 1000$

limite della stabilità $\varphi_m = 0$ con $\varphi_m = \pi - |\varphi_c|$

$\Rightarrow \varphi_c = -\pi$ con $\varphi_c = \measuredangle \tilde{L}(i\omega_c)$

$$\measuredangle \tilde{L}(i\omega_c) = \measuredangle L(i\omega_c) - \omega_c \tau = -\pi/2 - \omega_c\tau = -\pi$$

$$\Rightarrow \omega_c \tau = \pi/2 \rightarrow \tau = \frac{\pi}{2000}$$

Pertanto $\tau < \frac{\pi}{2000} \Rightarrow$ A.S.