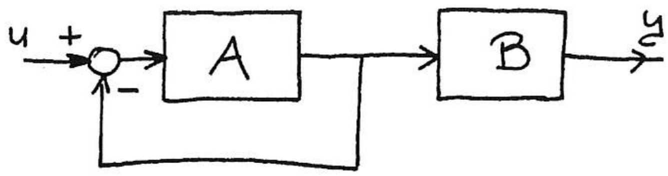
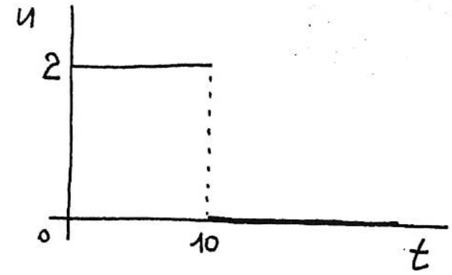
Si consideri il sistema in figura, in cui i blocchi A e B hanno funzione di trasferimento



$A(s) = 10/(1+s)^2 \quad B(s) = \exp(-5s)$



a) Determinare la funzione di trasferimento complessiva del sistema.
b) Discutere la stabilità esterna del sistema.
c) Determinare (qualitativamente) l'andamento di y(t) quando l'ingresso u(t) è la funzione rappresentata in figura.

---

a) $G = \frac{A}{1+A} \cdot B = \frac{\frac{10}{(1+s)^2}}{1+\frac{10}{(1+s)^2}} e^{-5s} = \frac{10}{s^2+2s+11} e^{-5s}$

b) Il blocco B è un ritardatore puro → risponde con uscite limitate a ingressi limitati

Pertanto $G(s)$ è E.S. se e solo se lo è

$$\tilde{G}(s) = \frac{10}{s^2+2s+11}$$

$p_{1,2} = -1 \pm i\sqrt{10} \qquad \mathrm{Re}(p_i) < 0 \Rightarrow$ E.S.

c) $u(t) = 2\,\mathrm{sca}(t) - 2\,\mathrm{sca}(t-10)$

$\Rightarrow \tilde{y}(t) = \tilde{y}_{sca}(t) - \tilde{y}_{sca}(t-10)$

dove

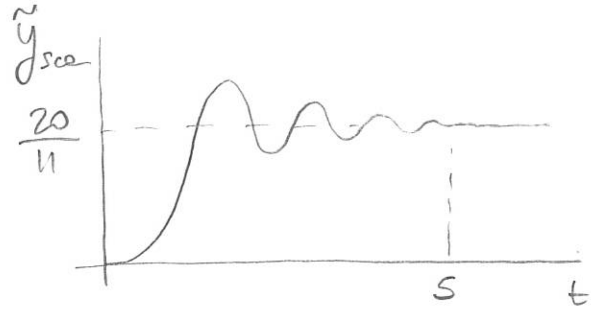
$\tilde{y}_{sca}(t)$ = risposta a scalino di ampiezza 2 di $\tilde{G}(s)$

$\tilde{y}_{sca}(t-2) = \tilde{y}_{sca}(t)$ ritardata di 2 unità di tempo

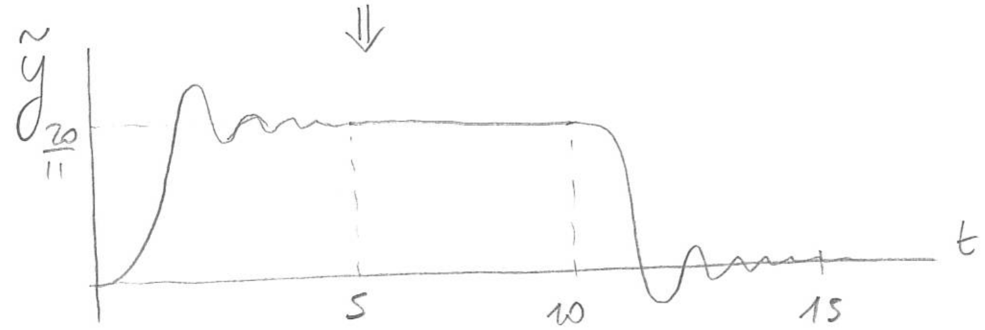
Infine $y(t) = \tilde{y}(t-5)$ → per il ritardatore puro ($\tau = 5$)

Determino $\tilde{y}_{sca}(t)$

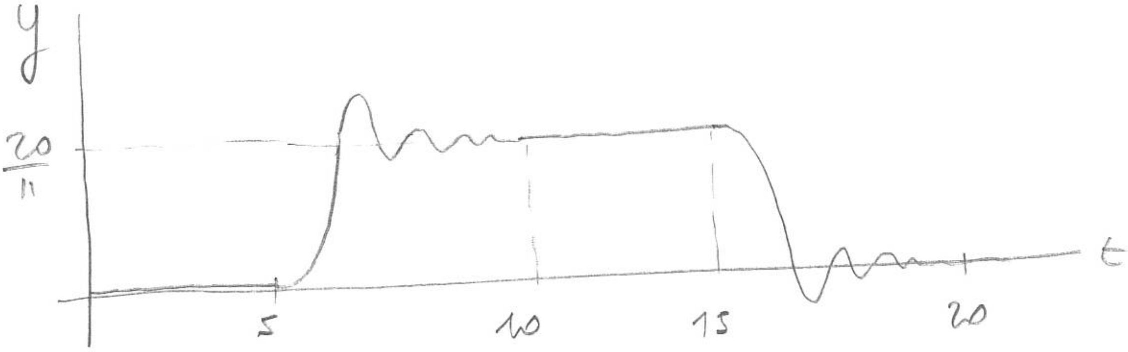
- $\tilde{y}_{sca}$ limitata + $\exists\infty$ oscillazioni ($p_i \in \mathbb{C}$) di periodo $\frac{2\pi}{\sqrt{10}} \simeq 2$
- $\mathrm{Re}(\lambda_D) = -1 \rightarrow T_R = 5$
- $r = 0 \rightarrow \tilde{y}_{sca}(0) = \dot{\tilde{y}}_{sca}(0) = 0 \qquad \ddot{\tilde{y}}_{sca}(0) = 2 \cdot 10 = 20 > 0$
- $\tilde{y}_{sca}^{\infty} = 2 \cdot \tilde{G}(0) = \frac{20}{11}$



$\Downarrow$

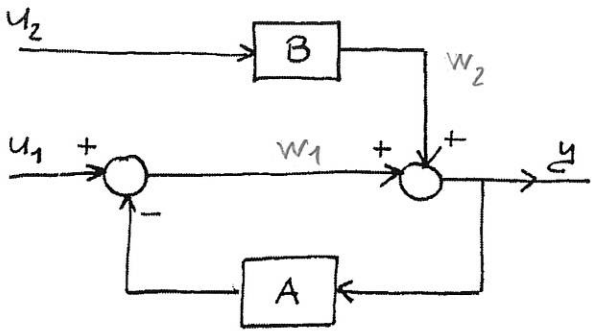


$\Downarrow$



Si consideri il sistema in figura, in cui il blocco A contiene un integratore mentre il blocco B ha funzione di trasferimento:

$$B(s) = \frac{100(1+s)}{s^2+10s+100}$$



Determinare (qualitativamente) l'andamento dell'uscita $y(t)$ se al sistema vengono applicati gli ingressi $u_1(t) = sca(t)$ e $u_2(t) = sca(t-5)$ (scalino unitario applicato in $t = 5$). In particolare, valutare stabilità, tempi di risposta e oscillazioni.

$$y = w_1 + w_2 = u_1 - Ay + Bu_2 \rightarrow (1+A)y = u_1 + Bu_2$$

$$y = \frac{1}{1+A}u_1 + \frac{B}{1+A}u_2$$

- $u_1(t) = sca(t)$ $(u_2(t) = 0)$ $y = y_1 = G_1 u_1$

$$G_1 = \frac{1}{1+A} = \frac{1}{1+\frac{1}{s}} = \frac{s}{1+s}$$

$p = -1 \rightarrow$ ES

$p \in \mathbb{R} \rightarrow \nexists$ oscill

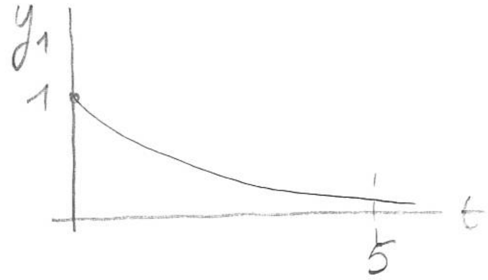
$T_R = 5$

$$r = 0 \rightarrow y_1(0) = 1$$

$$\dot{y}_1(0) = \lim_{s\to\infty} s\,\mathcal{L}[\dot{y}_1] = \lim_{s\to\infty} s\,[sY_1 - y_1(0)] =$$

$$= \lim_{s\to\infty} s\left[\cancel{s}\cdot\frac{s}{1+s}\cdot\frac{1}{\cancel{s}} - 1\right] = \lim_{s\to\infty} s\cdot\left[-\frac{1}{1+s}\right] = -1$$

$$y_1^{\infty} = G_1(0) = 0$$



esponenziale

$$Y_1 = G_1\frac{1}{s} = \frac{1}{1+s} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} y_1(t) = e^{-t}$$

• $u_2(t) = sca(t)$ $\quad (u_1(t)=0)$ $\quad y = y_2 = G_2 u_2$

$$G_2 = \frac{B}{1+A} = \frac{s}{\cancel{1+s}} \cdot \frac{100\,\cancel{(1+s)}}{s^2+10s+100} = \frac{100\,s}{s^2+10s+100}$$

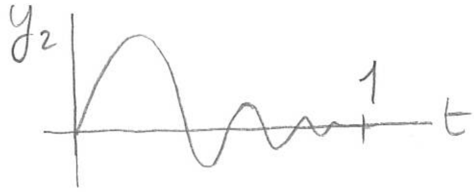
$p_{1,2} = -5 \pm i\sqrt{75}$ $\quad \mathbb{Re}(p_{1,2}) < 0 \rightarrow$ E.S.

$p_i \in \mathbb{C} \rightarrow \exists \infty$ oscill, $T = \frac{2\pi}{\sqrt{75}}$

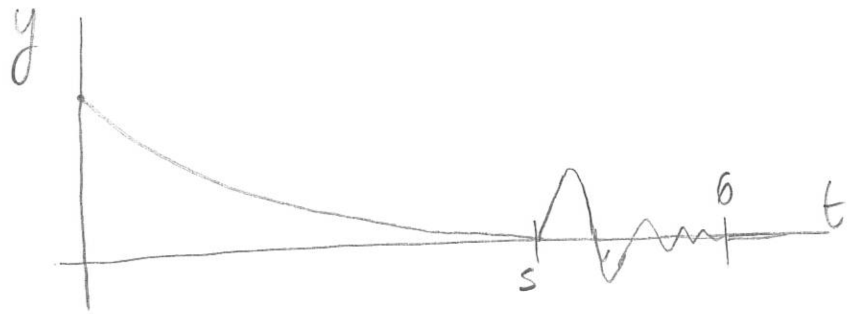
$\mathbb{Re}(p_D) = -5 \rightarrow T_D = \frac{1}{5}$ e $T_R = 1$

$r = 1 \rightarrow y_2(0) = 0 \quad \dot{y}_2(0) = 100 > 0$

$y_2^{\infty} = G_2(0) = 0$

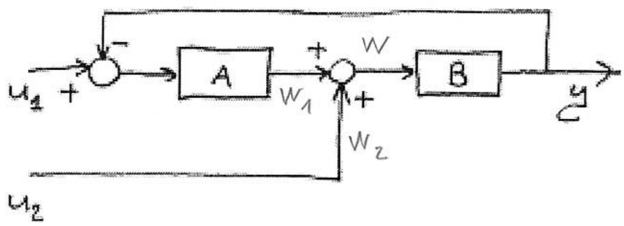


$\Rightarrow y(t) = y_1(t) + y_2(t-5)$



Si consideri il sistema in figura, in cui A è un integratore e il blocco B ha funzione di trasferimento:

$$G_B(s) = \frac{10}{s+2}$$



a) Determinare le funzioni di trasferimento tra i due ingressi e l'uscita, studiandone poi la stabilità.
b) Determinare qualitativamente, e rappresentare graficamente, l'uscita complessiva del sistema se i due ingressi valgono

$$u_1 = sca(t) - sca(t-10)\,, \quad u_2 = sca(t-5)$$

---

a) $y = Bw = B(w_1 + w_2) = B(A(u_1 - y) + u_2)$

$y = AB\,u_1 - AB\,y + B\,u_2$

$$y = \frac{AB}{1+AB}u_1 + \frac{B}{1+AB}u_2$$

$\downarrow$ fdit $u_1 \to y$ $\quad G_1$

$\downarrow$ fdit $u_2 \to y$ $\quad G_2$

$$G_1 = \frac{\frac{1}{s}\cdot\frac{10}{s+2}}{1+\frac{1}{s}\cdot\frac{10}{s+2}} = \frac{10}{s^2+2s+10}$$

$$G_2 = \frac{\frac{10}{s+2}}{1+\frac{1}{s}\cdot\frac{10}{s+2}} = \frac{10s}{s^2+2s+10}$$

$p_{1,2} = -1 \pm 3i$

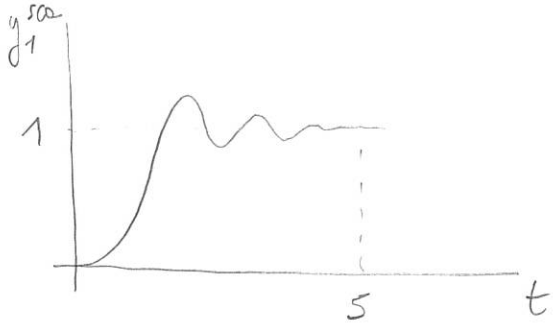
$\mathrm{Re}(p_i) < 0 \rightarrow$ E.S. G_1 e G_2

b) <u>Risposta allo scalino di G_1</u>

$p_i \in \mathbb{C} \rightarrow \exists$ oscill. $T = \frac{2\pi}{3} \simeq 2{,}1$

$r = 2 \rightarrow y(0) = \dot{y}(0) = 0 \quad \ddot{y}(0) = 10 > 0$

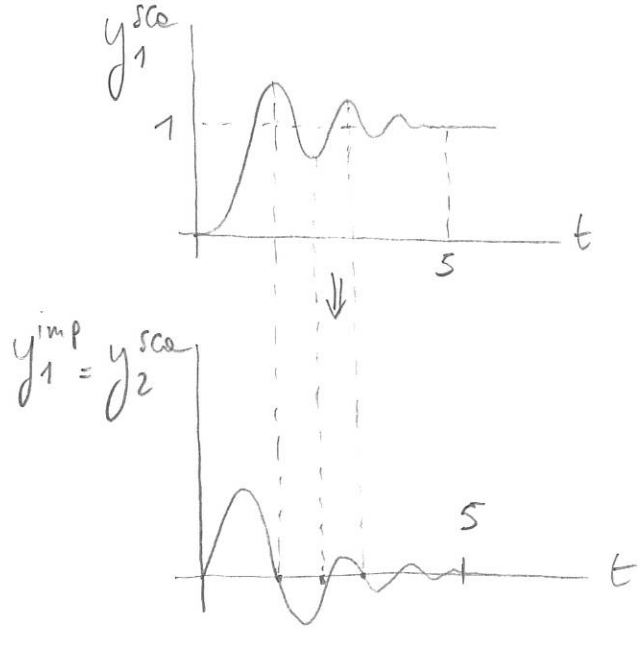
$y_\infty = G_1(0) = 1 \qquad \mathrm{Re}(p_D) = -1 \rightarrow T_R = 5$



Risposta allo scalino di G_2

$$Y_2 = G_2 \cdot \frac{1}{s} = \cancel{s}\, G_1 \cdot \frac{1}{\cancel{s}} = G_1 \Rightarrow$$ è la risposta a impulso di G_1 cioè la derivata della risposta a scalino di G_1

$$G_2 = s \cdot G_1$$

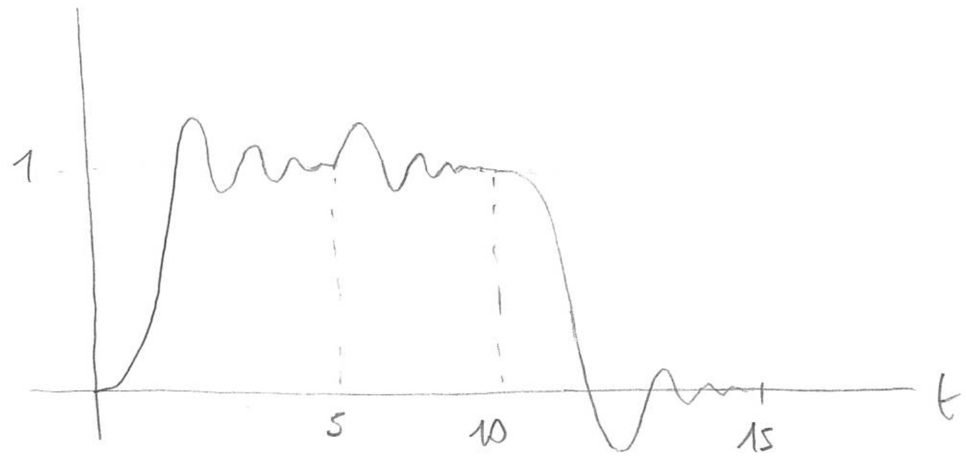


I segnali di ingresso sono applicati secondo la sequenza

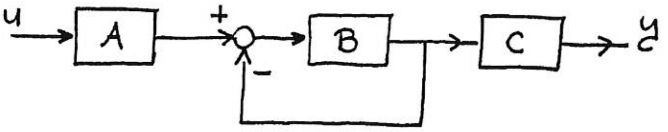
$$u_1 = sca(t) \rightarrow u_2 = sca(t-5) \rightarrow u_1 = -sca(t-10)$$

Essendo $y = y_1 + y_2$, in uscita si ha

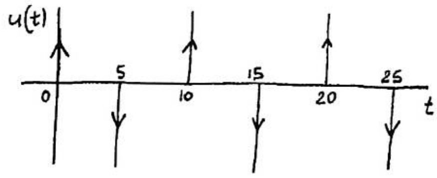
$$y_1^{sca}(t) + y_2^{sca}(t-5) - y_1^{sca}(t-10)$$


1
5
10
15
t

Si consideri il sistema rappresentato in figura, in cui il blocco A contiene un integratore mentre i blocchi B e C hanno, rispettivamente, funzione di trasferimento $B(s) = 10/(1+s)^2$ e $C(s) = e^{-s}$.



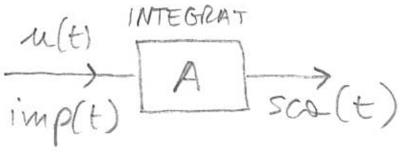
a) Determinare la funzione di trasferimento complessiva del sistema.
b) Determinare qualitativamente la risposta all'impulso, discutendo in particolare il tempo di risposta e l'esistenza di oscillazioni.
c) Determinare la risposta all'ingresso in figura, in cui ciascuna freccia rappresenta un impulso unitario (rispettivamente positivo o negativo).



---

a) $G = A \cdot \frac{B}{1+B} C = \frac{1}{s} \cdot \frac{\frac{10}{(1+s)^2}}{1+\frac{10}{(1+s)^2}} e^{-s} = \frac{1}{s} \underbrace{\frac{10}{s^2+2s+11}}_{\tilde{G}} e^{-s}$

b)



Risposta all'impulso di G = Risposta a scalino di $\tilde{G}$

→ Senza il ritardatore puro di 1 unità di tempo e^{-s}, si ha:

$p_{1,2} = -1 \pm i\sqrt{10} \rightarrow \mathrm{Re}(p_i) < 0 \rightarrow$ E.S.

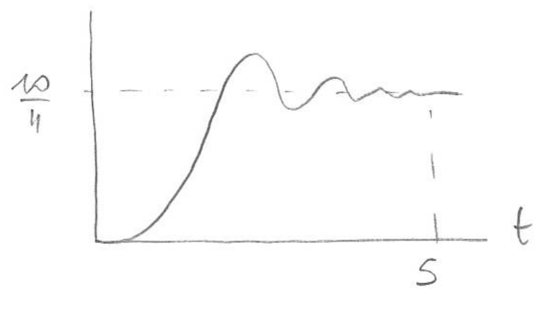
$p_i \in \mathbb{C} \rightarrow \exists$ oscill $\quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{10}}$

$|\mathrm{Re}(p_D)| = 1 \rightarrow T_R = 5$

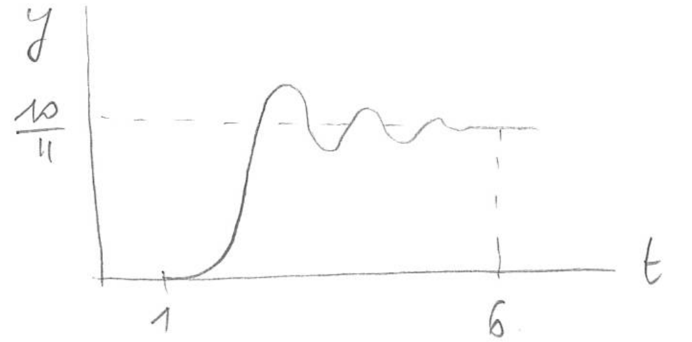
$r = 2 \rightarrow y(0) = \dot{y}(0) = 0 \quad \ddot{y}(0) = 10 > 0$

$y_\infty = \frac{10}{11}$

da cui



→ Con il ritardatore

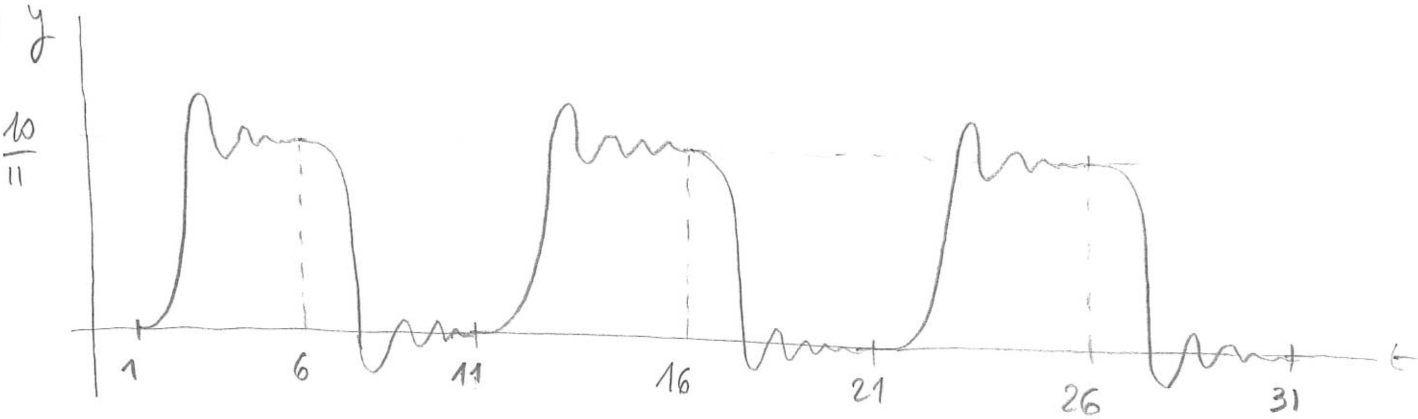


Risposta a scalino di $\tilde{G}$

$\equiv$

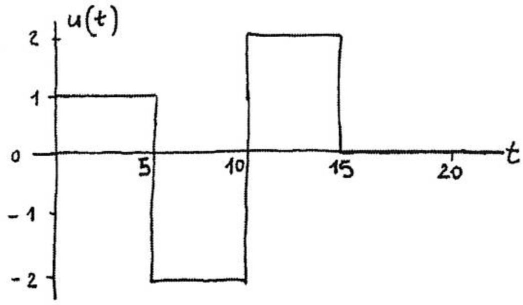
Risposta a impulso di G

c)



Sia dato il sistema con funzione di trasferimento

$$G(s) = 10\,\frac{1-10s}{(1+s)(1+0{,}1s)^2}$$



Determinare (in modo qualitativo) e rappresentare graficamente la risposta del sistema all'ingresso in figura, prestando particolare attenzione ai tempi di risposta e all'esistenza o meno di oscillazioni.

$u_{TOT}(t) = sca(t) - 3\,sca(t-5) + 4\,sca(t-10) - 2\,sca(t-15)$

$y(t)$ = risposta a scalino

$\Rightarrow y_{TOT}(t) = y(t) - 3y(t-5) + 4y(t-10) - 2y(t-15)$

Determino $y(t)$

$p_1 = -1 \quad p_2 = p_3 = -10 \qquad p_i < 0 \rightarrow ES$

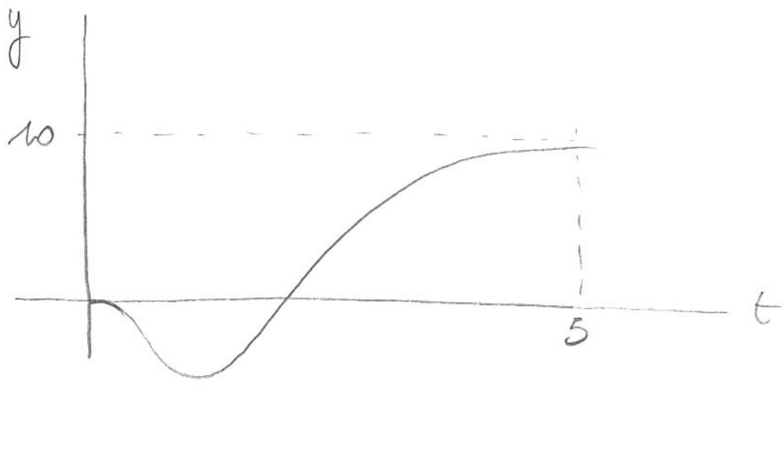
$p_i \in \mathbb{R} \rightarrow \nexists$ oscill

$p_D = -1 \rightarrow T_R = 5$

$r = 2 \rightarrow y(0) = \dot{y}(0) = 0 \qquad \ddot{y}(0) = -\frac{100}{0{,}1^2} < 0$

$y_\infty = G(0) = 10$

zero in $(+\,0{,}1)$ $\quad m_s = 1 \quad \delta = 0 \quad N = 1$



Componendo le uscite, si ha: