

Esercizi introduttivi al secondo laboratorio Matlab – Soluzioni (con [video](#))

Mediante Simulink, tracciare le traiettorie nello spazio di stato (x_1, x_2) del seguente sistema non lineare

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1\left(1 - \frac{x_1}{5}\right) - 10x_1x_2 = f_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 &= 2x_1x_2 - x_2 = f_2(x_1, x_2)\end{aligned}$$

Creare in Simulink un nuovo modello (Blank Model).

Per definire le due funzioni $f_1(x_1, x_2)$ e $f_2(x_1, x_2)$ si possono utilizzare due blocchi Simulink MATLAB Function contenuti nella libreria User Defined Function. I blocchi restituiscono i valori di \dot{x}_1 e \dot{x}_2 e sono così definiti (doppio click sul blocco):

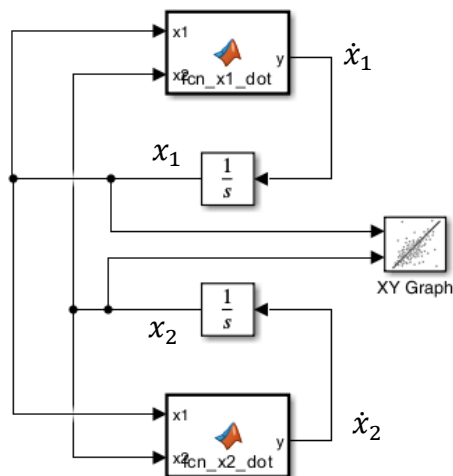
```
f1(x1,x2) → function y = fcn_x1_dot(x1,x2)
            y = x1*(1-x1/5)-10*x1*x2;
```

```
f2(x1,x2) → function y = fcn_x2_dot(x1,x2)
            y = 2*x1*x2-x2;
```

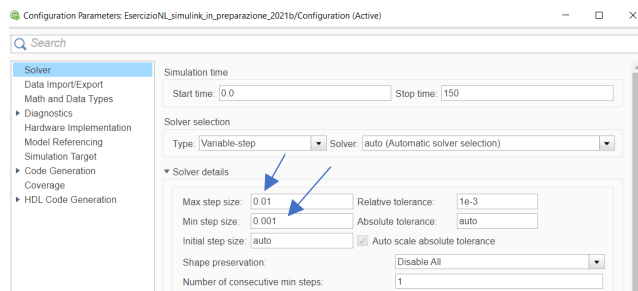
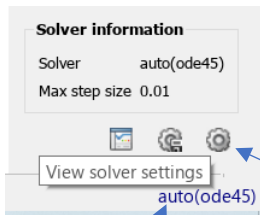
Per ottenere le variabili di stato x_1 e x_2 basterà integrare le uscite \dot{x}_1 e \dot{x}_2 dei due blocchi MATLAB Function con due integratori (libreria Continuous → Integrator) e collegarle alle due funzioni $f_1(x_1, x_2)$ e $f_2(x_1, x_2)$.

Per rappresentare le traiettorie nello spazio di stato, utilizziamo il blocco X-Y graph, all'interno della libreria Sinks.

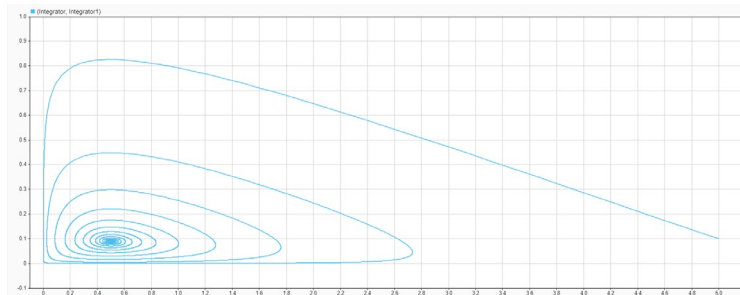
Quindi, lo schema risulta essere (vedi file [EsercizioNL_simulink_in_preparazione](#)):



Cambiare i parametri di integrazione numerica (in basso a destra nella finestra)



Simulando il comportamento del sistema (per 150 unità di tempo – Stop time) si ottiene il seguente risultato (fissare, ad esempio, le condizioni iniziali nei blocchi integratori in 5 e 0.1):



Sia dato il sistema lineare definito dalle seguenti matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 8 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad c = [1 \quad 1 \quad 1 \quad -1] \quad d = 0$$

Verificare che il sistema è completamente raggiungibile.

$A = [1 \ -1 \ 1 \ 0; 2 \ 0 \ 2 \ 1; 0 \ 1 \ 4 \ 2; 2 \ 1 \ 1 \ 8]$

$b = [1 \ 0 \ 1 \ 1]'$

$R = \text{ctrb}(A, b)$

$\det(R)$ oppure $\text{rank}(R)$

Determinare una legge di controllo k che assegni al sistema controllato gli autovalori in $[-5 \ -8 \ -10 \ -20]$.

$\text{autoK} = [-5 \ -8 \ -10 \ -20];$

$K_{\text{tmp}} = \text{acker}(A, b, \text{autoK})$

$k = -K_{\text{tmp}};$

$\text{eig}(A + b * k)$

Nota: il comando `acker` fa riferimento a una legge di controllo $u = -Kx$ e non $u = kx$ come visto a lezione. Pertanto, per ottenere k occorrerà cambiare segno al vettore ottenuto.

Verificare che il sistema è completamente osservabile.

$c = [1 \ 1 \ 1 \ -1]$

$O = \text{obsv}(A, c)$

$\det(O)$

$\text{rank}(O')$ oppure $\text{rank}(O')$

Determinare un ricostruttore asintotico dello stato l che annulli a regime l'errore di ricostruzione in 5 unità di tempo ($\rightarrow \mathbb{R}(\lambda_D) = -1$).

```
autoL=[-1 -2 -3 -4];  
Ltmp=acker(A',c',autoL)  
l=-Ltmp  
eig(A'+c'*l)
```

Nota: La matrice $(A + lc)^T$ ha gli stessi autovalori di $(A + lc)$. Ma $(A + lc)^T = A^T + c^T l^T$ dove A^T , c^T e l^T sono in posizione corrispondente ad A , b e k per l'assegnamento degli autovalori nella legge di controllo. Pertanto, basta applicare la formula di Ackermann alla coppia (A^T, c^T) per ottenere l^T cambiato di segno.