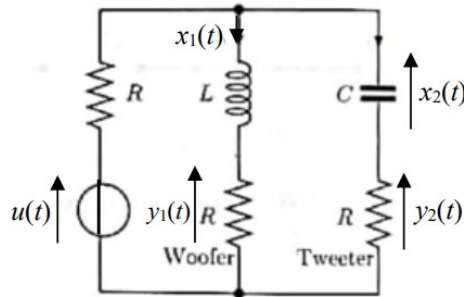


**Progettazione di un sistema di riproduzione audio – Tracce per le soluzioni**

Nel circuito elettrico in figura



indichiamo con  $x_1(t)$  la corrente che attraversa l'induttore e con  $x_2(t)$  la tensione ai capi del condensatore. Sia inoltre  $u(t)$  la tensione applicata dal generatore di tensione ideale al circuito, mentre  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  le tensioni ai capi di woofer e tweeter, rispettivamente. Le equazioni di stato e uscita che descrivono il circuito elettrico sono<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{3R}{2L}x_1 + \frac{1}{2L}x_2 + \frac{1}{2L}u \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{2C}x_1 - \frac{1}{2RC}x_2 + \frac{1}{2RC}u \\ y_1 &= Rx_1 \\ y_2 &= -\frac{R}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}u \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\longrightarrow \dot{x} = Ax + bu \\ &\longrightarrow y_1 = c_1x + d_1u \\ &\longrightarrow y_2 = c_2x + d_2u \end{aligned}$$

da cui

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} & \end{bmatrix} & b &= \begin{bmatrix} \end{bmatrix} \\ c_1 &= \begin{bmatrix} \end{bmatrix} & c_2 &= \begin{bmatrix} \end{bmatrix} \\ d_1 &= & d_2 &= \end{aligned}$$

---


$$^1 \dot{x}_1 = \frac{1}{L}[u - R(x_1 + C\dot{x}_2) - Rx_1] \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{C} \left[ \frac{Rx_1 + L\dot{x}_1 - x_2}{R} \right] \quad (2)$$

$$(1) + \frac{RC}{L} \cdot (2) \rightarrow \dot{x}_1 = -\frac{3R}{2L}x_1 + \frac{1}{2L}x_2 + \frac{1}{2L}u$$

$$\frac{L}{RC} \cdot (1) - (2) \rightarrow \dot{x}_2 = -\frac{1}{2C}x_1 - \frac{1}{2RC}x_2 + \frac{1}{2RC}u$$

$$y_1 = Rx_1$$

$$y_2 = Rx_1 + L\dot{x}_1 - x_2 = -\frac{R}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}u$$

Scriviamo il modello in Matlab.

Definiamo i parametri  $R$ ,  $C$  e  $L$  ( $R = 8\Omega$ ,  $L = 0.75 \text{ mH} = 7.5 \cdot 10^{-4} \text{ H}$  e  $C = 3.76 \mu\text{F} = 3.76 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ )

$R = \underline{\hspace{1cm}};$

$L = \underline{\hspace{1cm}};$

$C = \underline{\hspace{1cm}};$

Definiamo le matrici  $A$ ,  $b$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $d_1$ ,  $d_2$

$A = [\underline{\hspace{1cm}}];$

$b = [\underline{\hspace{1cm}}];$

$c_1 = [\underline{\hspace{1cm}}];$

$c_2 = [\underline{\hspace{1cm}}];$

$d_1 = [\underline{\hspace{1cm}}];$

$d_2 = [\underline{\hspace{1cm}}];$

Definiamo come `woofer` il sistema in variabili di stato (comando `ss`) associato all'uscita  $y_1$  (quindi al vettore  $c_1$  e allo scalare  $d_1$ ) (dovrà essere un filtro passa basso)

`woofer=ss(_____);`

Definiamo come `tweeter` il sistema in variabili di stato (comando `ss`) associato all'uscita  $y_2$  (quindi al vettore  $c_2$  e allo scalare  $d_2$ ) (dovrà essere un filtro passa alto)

`tweeter=ss(_____);`

Per verificare che la frequenza di crossover  $f_{cr}$  sia pari a quella richiesta, 0.5 kHz, simuliamo il sistema alimentando per esempio il circuito con un segnale sinusoidale in ingresso di frequenza pari a 1 kHz ( $1000 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 2\pi 1000 \sim 6.28 \cdot 10^3 \text{ rad/sec} \rightarrow$  alta frequenza). **In caso di buon funzionamento del sistema di riproduzione audio, tale segnale deve essere filtrato dal woofer e passare bene nel tweeter.**

Definiamo il periodo della sinusoide in ingresso e l'intervallo temporale della simulazione  $T$

`freq=_____;` % in Hz

`periodo=_____;`

`T=linspace(0,10*periodo,1000);`

**NOTA:** Se la frequenza delle oscillazioni è di 1 kHz = 1000 Hz, il periodo (inverso della frequenza) è pari a 0.001 s. Volendo visualizzare 10 oscillazioni, l'intervallo di tempo di simulazione è pari a  $10 \cdot 0.001 = 0.01 \text{ s}$ .

Definiamo l'ingresso sinusoidale ( $u(t) = \sin(\omega t) = \sin(2\pi f t)$ )

$U = \underline{\hspace{1cm}};$

Simuliamo il woofer (comando `lsim`) osservando in un grafico che **il segnale in uscita dal woofer non viene filtrato**

`Ywoofer=lsim(_____);`

`plot(_____  
axis([0 0.01 -1 1]);`

Simuliamo il tweeter (comando `lsim`) osservando in un grafico che **il segnale in uscita dal tweeter viene filtrato**

```
Ytweeter=lsim(_____;
plot(_____;
axis([0 0.01 -1 1]);
```

Le simulazioni \_\_\_\_\_ mostrano quindi il risultato aspettato (è l'opposto!): infatti, il segnale in alta frequenza dovrebbe essere filtrato dal woofer e passare bene nel tweeter.

Si può anche ascoltare ciò che accade utilizzando il file sonoro\_f.m

```
sonoro_f(1000,R,L,C);
```

(l'argomento, 1000, è la frequenza scelta per il segnale in ingresso)

Il primo suono è quello generato dal segnale di ingresso a 1 kHz, il secondo è il suono in uscita dal woofer, il terzo è quello in uscita dal tweeter.

Cosa si sente? \_\_\_\_\_

Se il dispositivo di riproduzione funzionasse correttamente il secondo segnale (uscita dal woofer) dovrebbe \_\_\_\_\_ rispetto al segnale di ingresso mentre il terzo (uscita dal tweeter) dovrebbe \_\_\_\_\_. Ma così non è, anzi è il contrario!

Anche aumentando la frequenza del segnale di ingresso, per esempio a 1.5 kHz (sonoro\_f(1500,R,L,C);), non si nota differenza. Solo per frequenze molto elevate (4 kHz sonoro\_f(4000,R,L,C);) il suono viene filtrato dal woofer passando bene nel tweeter.

Mediante i diagrammi di Bode di woofer e tweeter è possibile giustificare tali comportamenti.

```
figure; bode(____;
grid;
figure; bode(____;
grid;
```

I rami del circuito di woofer e di tweeter si comportano come filtri \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_, rispettivamente.

Per valutare l'estremo superiore della banda passante per il woofer e l'estremo inferiore della banda passante per il tweeter, occorre determinare i poli delle funzioni di trasferimento  $G_1$  da  $u$  a  $y_1$  (woofer) e  $G_2$  da  $u$  a  $y_2$  (tweeter) (comandi ss2tf, tf e pole)

```
[NUM1,DEN1]=ss2tf(_____;
G1=tf(_____;
poliG1=pole(_____
```

```
[NUM2,DEN2]=ss2tf(_____;
G2=tf(_____;
poliG2=pole(_____
```

I poli (sono gli stessi e sono pari agli autovalori della matrice  $A$ :  $\text{eig}(A)$ ) sono complessi coniugati, pertanto la banda passante è approssimativamente pari alla pulsazione naturale  $\omega_n$  dei due poli complessi coniugati di  $G_1$  e  $G_2$

Bp=abs ( \_\_\_\_\_

**NOTA:** Se  $G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$  ha due poli complessi coniugati  $p_{1,2} = a \pm ib$ , allora

$$D(s) = (s-p_1)(s-p_2) = (s-(a+ib))(s-(a-ib)) = s^2 + 2as + (a^2 + b^2) = s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$$

dove  $\omega_n^2 = (a^2 + b^2) \rightarrow \omega_n = \sqrt{(a^2 + b^2)} \rightarrow \omega_n$  è il modulo dei poli

Pertanto, la banda passante del woofer è circa pari a  $\omega < \text{_____}$  rad/s mentre quella del tweeter è circa pari a  $\omega > \text{_____}$  rad/s.

Ciò giustifica quanto abbiamo trovato: un segnale sinusoidale in ingresso di frequenza pari a 1 kHz ( $\omega = 2\pi f = 6280 = 0.628 \cdot 10^4$  rad/sec) passa bene nel woofer (è un segnale “in banda”) e viene filtrato dal tweeter (è un segnale “fuori banda”).

Approssimando quindi la pulsazione di crossing  $\omega_{cr}$  con la pulsazione naturale  $\omega_n$ , la frequenza di crossing per il dispositivo assegnato ( $\omega = 2\pi f$ ) è circa pari a  $f_{cr} = \frac{\omega_{cr}}{2\pi} \sim \text{_____}$  kHz; il sistema di riproduzione audio non soddisfa la specifica di progetto richiesta ( $f_{cr} = 0.5$  kHz).

Nel progettare un sistema di riproduzione che ponga la frequenza di crossing  $f_{cr}$  in 0.5 kHz, si può, ad esempio, lasciare  $R$  pari al valore  $8\Omega$  e scegliere  $L$  e  $C$  facendo in modo che i due poli (gli autovalori di  $A$ ) siano reali coincidenti in  $\omega_{cr} = 2\pi f_{cr} = 2\pi \cdot \text{_____} \sim \text{_____}$  rad/s. In tal modo i diagrammi di Bode del woofer e del tweeter subiranno un cambio di pendenza massimo di  $-40$  dB/dec per il woofer e di  $+40$  dB/dec per il tweeter proprio in  $\omega_{cr}$  così che la banda passante sarà, rispettivamente, circa pari a  $(0, \omega_{cr})$  e  $(\omega_{cr}, +\infty)$ .

La matrice  $A = \begin{bmatrix} -\frac{3R}{2L} & \frac{1}{2L} \\ -\frac{1}{2C} & -\frac{1}{2RC} \end{bmatrix}$  ha

$tr(A) = \text{_____}$

$det(A) = \text{_____}$

Volendo porre  $p_1 = p_2 = -\omega_{cr}$ , si ottiene

$tr(A) = \text{_____} = p_1 + p_2 = -2\omega_{cr}$

$det(A) = \text{_____} = p_1 p_2 = \omega_{cr}^2$

$C = \text{_____}$

$L = \text{_____}$

(soluzione: una possibile scelta è  $C = \frac{1}{R\omega_{cr}}$  e  $L = R^2 C$ )

Verifichiamo con Matlab che ora tutto funzioni:

Definiamo  $f_{cr}$  e  $\omega_{cr}$

$f_{cr} = \text{_____}$

$\omega_{cr} = \text{_____}$

Definiamo  $C$  e  $L$ , le nuove matrici  $A$  e  $b$ , il sistema woofer e il sistema tweeter

```
C=_____  
L=_____  
A=[_____  
b=[_____  
woofer=ss(_____  
tweeter=ss(_____
```

Simuliamo i due sistemi con l'ingresso a 1 kHz, verificando ora che tale ingresso viene filtrato dal woofer e passa attraverso il tweeter.

```
Ywoofer=lsim(_____  
plot(_____,  
  
Ytweeter=lsim(_____  
plot(_____,
```

La simulazione mostra il risultato atteso: il segnale di ingresso viene \_\_\_\_\_ dal woofer e passa \_\_\_\_\_ nel tweeter.

Proviamo il risultato anche con il sonoro

```
sonoro_f(1000,R,L,C);
```

I diagrammi di Bode di woofer e tweeter confermano la bontà del progetto

```
figure; bode(_____  
grid;  
figure; bode(_____  
grid;
```

Ora si ha la corretta banda passante ( $f_{cr} = 500 \text{ Hz} \rightarrow \omega_{cr} = 3.14 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ):

```
[NUM1,DEN1]=ss2tf(_____  
G1=tf(_____  
poliG1=pole(_____  
  
abs(_____)
```

### **NOTE a cura del docente:**

- Segnali in ingresso con frequenza inferiore a 500 Hz sono filtrati dal tweeter e passano bene nel woofer

```
sonoro_f(200,R,L,C);
```

- Si può infine ascoltare l'effetto relativo a un ingresso con frequenza variabile da 100 a 2000 Hz con

```
sweep(R,L,C)
```