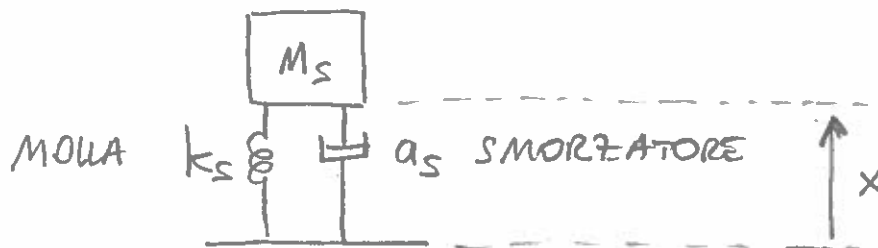


# MOTO VERTICALE DEL SEDILE DI UN'AUTOMOBILE

Schema meccanico: massa - molla - smorzatore



$k_s$  = costante elastica della molla

$a_s$  = costante di attrito viscoso dello smorzatore

$l_0$  = lunghezza a riposo della molla

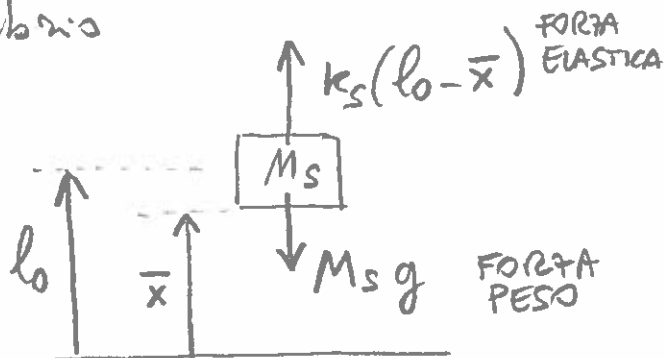
$x$  = posizione verticale del sedile

$\dot{x}$  = velocità verticale del sedile

$M_s$  = massa sedile + passeggero

## MANTO STRADALE REGOLARE

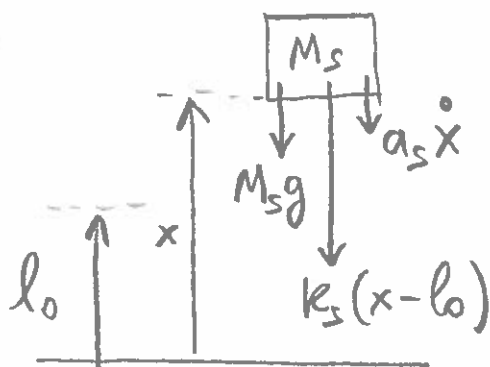
- All'equilibrio



NOTA  
la velocità verticale è nulla  
 $\Rightarrow$  lo smorzatore non esercita forze

$$(1) \quad M_s g = k_s (l_0 - \bar{x}) \quad \rightarrow \quad \bar{x} = -\frac{M_s}{k_s} g + l_0 \quad \begin{array}{l} \text{POSIZIONE} \\ \text{DI} \\ \text{RIPOSO} \end{array}$$

- Non all'equilibrio



$M_s g$  = Forza peso

$k_s(x - l_0)$  = Forza elastica

$a_s \dot{x}$  = Forza di attrito viscoso

Dalla legge di Newton (massa  $\cdot$  accelerazione = somma delle forze applicate) si ha:

$$M_s \ddot{x} = -k_s (x - l_0) - M_s g - a_s \dot{x}$$

Definisco ora con  $x$  lo spostamento del sedile dalla sua posizione di equilibrio

$$x = x - \bar{x}$$

da cui

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \dot{x} \\ \ddot{x} &= \ddot{x}\end{aligned}$$

Si ottiene perciò

$$M_s \ddot{x} = -k_s (x + \bar{x} - l_0) - M_s g - a_s \dot{x}$$

$$M_s \ddot{x} = -k_s x - k_s \bar{x} + k_s l_0 - M_s g - a_s \dot{x}$$

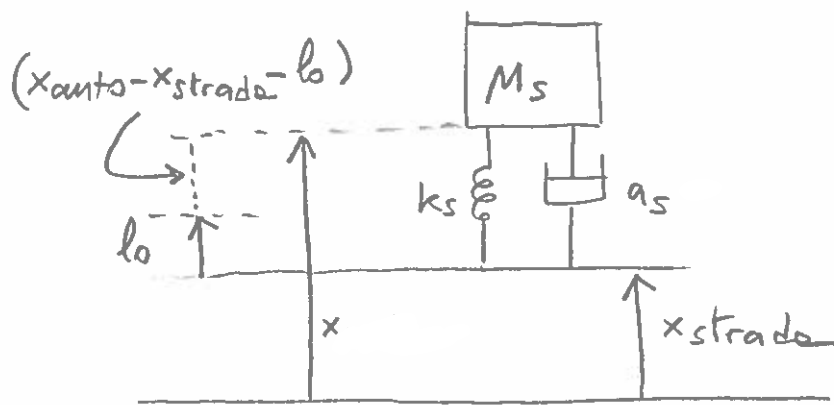
da cui, ricordando la (1) si ha:  $\bar{x} = -\frac{M_s g}{k_s} + l_0$

$$M_s \ddot{x} = -k_s x - a_s \dot{x}$$

se l'uscita è la posizione del sedile rispetto al suo punto di equilibrio, si ha

$$y = x - \bar{x} \quad \text{da cui} \quad y = x$$

## MANTO STRADALE IRREGOLARE



$x_{strada}$  = altezza del manto stradale

$x$  = posizione verticale dell'auto

Ora si ha:

$$M_s \ddot{x} = -M_s g - k_s (x - x_{strada} - l_0) - a_s (\dot{x} - \dot{x}_{strada})$$

da cui

$$M_s \ddot{x} = -M_s g - k_s (x - x_{strada} - l_0) - a_s (\dot{x} - \dot{x}_{strada})$$

Definisco  $z$  lo scostamento dell'auto dalla sua posizione di riposo cioè

$$z = x_{auto} - \bar{x}$$

Si ha:

$$M_s \ddot{z} = -M_s g - k_s z - k_s \bar{x} + k_s x_{strada} + k_s l_0 - a_s \dot{z} + a_s \dot{x}_{strada}$$

Ricordando la (1) si ottiene  $\bar{x} = -\frac{M_s}{k_s} g + l_0$

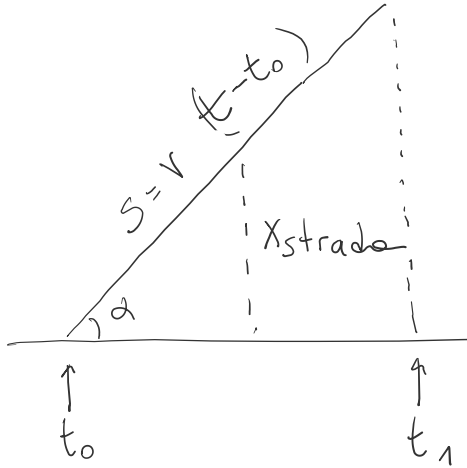
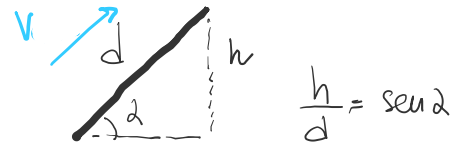
$$M_s \ddot{z} + a_s \dot{z} + k_s z = k_s x_{strada} + a_s \dot{x}_{strada}$$

dove  $x_{strada}$  e  $\dot{x}_{strada}$  sono i due ingressi del sistema e dipenderanno dalla velocità ( $v$ ) dell'auto e del profilo della strada ( $h$  e  $d$ )

Vediamo come ottenere  $x_{strada}(t)$  e  $\dot{x}_{strada}(t)$  per un rampa

$d$  = lunghezza della rampa

$h$  = altezza della rampa



$s$  = spazio percorso sulle rampe

$$x_{strada} = \sin \alpha \cdot s$$

$$\Rightarrow x_{strada} = \frac{h}{d} v (t - t_0)$$

per  $t_0 < t < t_1$  e

$$t_1 = t_0 + \frac{d}{v}$$

Quindi

$$x_{strada}(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < t_0 \\ \frac{h}{d} v (t - t_0) & t_0 < t < t_1 \\ h & t > t_1 \end{cases}$$

$$\dot{x}_{strada}(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < t_0 \\ \frac{h}{d} v & t_0 < t < t_1 \\ 0 & t > t_1 \end{cases}$$