

**Moto verticale del sedile di un'automobile – Tracce**

Innanzitutto occorre scrivere il sistema dinamico  $M_S \ddot{x} = -k_S x - a_S \dot{x}$  nella forma:

$$\dot{x} = Ax + bu$$

$$y = cx + du$$

Come suggerito, per scrivere il sistema dinamico in forma matriciale si può porre

$$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

A questo punto si può scrivere:

$$\dot{x}_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\dot{x}_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

da cui:

$$A_{(2,2)} = \left| \begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right| = b_{(2,1)}$$

$$c_{(1,2)} = \left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \right| = d_{(1,1)}$$

$$tr(A) =$$

$$\det(A) =$$

Il sistema (t.c.,  $n = 2$ ) è pertanto

Controlliamo numericamente con Matlab il risultato ottenuto.

Assegniamo i valori dati ai parametri ( $M_s$ ,  $k_s$ ,  $a_s$ ) del problema.

M<sub>S</sub> = \_\_\_\_\_

$$k_s =$$

$$a_s =$$

Ora scriviamo la matrice  $A$  e valutiamone gli autovalori (con il comando `eig`):

A= [ \_\_\_\_\_

eig\_\_\_\_\_

Essendo entrambi gli autovalori \_\_\_\_\_, il sistema risulta \_\_\_\_\_.

Valutiamo il tempo di risposta del sistema  $T_R = 5T_D$  con  $T_D = -\frac{1}{\Re(\lambda_D)}$  e  $\lambda_D$  pari all'autovalore con parte reale maggiore (autovalore dominante) (comandi `max` e `real`).

$\lambda_D = \max(\text{_____})$   
 $T_D = \text{_____}$   
 $T_R = \text{_____}$

Si ottiene quindi un tempo di risposta circa pari a \_\_\_\_\_ s.

Per considerare la salita di un ulteriore passeggero nell'automobile, occorre modificare la seconda equazione di stato introducendo un termine che descrive la forza peso dello stesso, da ripartire per ruota ( $m$  rappresenta la massa del nuovo passeggero):

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{M_S} \left( -a_S x_2 - k_S x_1 - \frac{1}{4} m g \right)$$

da cui

$$A_{(2,2)} = \begin{vmatrix} \text{_____} & \text{_____} \\ \text{_____} & \text{_____} \end{vmatrix} = b_{(2,1)}$$

$$c_{(1,2)} = \begin{vmatrix} \text{_____} & \text{_____} \\ \text{_____} & \text{_____} \end{vmatrix} = d_{(1,1)}$$

NOTA: Si scelga il vettore  $b$  in modo tale che l'ingresso sia costante e pari a 1 in ogni istante di tempo.

Simuliamo quindi la salita del passeggero, partendo dalla condizione iniziale nulla, per un orizzonte temporale pari, per esempio, a due volte il tempo di risposta del sistema (il tempo di risposta rappresenta infatti il tempo necessario affinché il sistema vada a regime). [Comandi `ss` per la definizione del sistema, `linspace` per la definizione degli istanti temporali di simulazione, `ones` e `size` per la definizione dell'ingresso, `lsim` per la simulazione, `plot` per il grafico]

```
m=80; g=9.81;
b=[_____
c=[_____
d=_____
sistema=ss(_____
T=linspace(_____
U=_____
sedile=lsim(_____
figure; plot(_____
```

Il nuovo equilibrio raggiunto è pari a (comando `inv`)

```
>> Xeq=_____
>> Yeq=_____
```

Per risolvere il punto successivo occorre riscrivere l'equazione del sistema che diventa (si veda la sezione "Manto stradale irregolare" nel file `AddendumEsercizio1.pdf`)

$$M_S \ddot{x} = -a_S \dot{x} - k_S x + k_S x_{strada} + a_S \dot{x}_{strada}$$

da cui

A questo punto si può scrivere:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \dot{x}_2 &= \underline{\hspace{2cm}} \\ y &= \underline{\hspace{2cm}}\end{aligned}$$

Scrivendo l'ingresso come:

$$u = \begin{bmatrix} x_{strada} \\ \dot{x}_{strada} \end{bmatrix}$$

si ha:

$$\begin{aligned}A_{(2,2)} &= \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} = B_{(2,2)} \\ C_{(1,2)} &= \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} = d_{(1,2)}\end{aligned}$$

Si può ora scrivere il nuovo sistema, aggiornando  $B$  e  $d$ :

```
B=[ _____
d=[ _____
sistema2=ss(_____
```

Impostando la velocità dell'autovettura, generiamo il vettore di ingresso  $u = \begin{bmatrix} x_{strada} \\ \dot{x}_{strada} \end{bmatrix}$  utilizzando la funzione `genera_rampa(vel)`

NOTA: le unità di misura da utilizzare affinché i conti siano corretti sono quelle del sistema internazionale (metri, secondi, m/s, etc...).

```
vel=_____
[xstrada,xdotstrada,tstrada]=genera_rampa(vel);
sedile2=lsim(_____
```

da cui, tracciando solo gli andamenti nel tempo del profilo stradale, cioè l'altezza del dosso ( $x_{strada}$ ) e della posizione del sedile ( $sedile2$ ), si ottiene:

```
figure;
plot(_____
hold on
plot(_____
axis([0 15 0 0.2])
```

Per simulare cosa succede ad altre velocità basta cambiare il valore di `vel` e ripetere la simulazione.

Dai grafici ottenuti si può notare che, \_\_\_\_\_ la velocità, si ha una \_\_\_\_\_ elongazione del sedile rispetto alla posizione di regime.

Supponendo infine che il comfort del passeggero dipenda dall'accelerazione verticale del sedile

$$\ddot{x} = \frac{1}{M_S} (-a_S \dot{x} - k_S x + k_S x_{strada} + a_S \dot{x}_{strada})$$

si ottengono i seguenti risultati (da ripetersi per le differenti velocità):

Con  $y = x_1 \rightarrow$  posizione  $x$  del sedile  $\rightarrow$  usare `sedile2`

```
vel=_____
[xstrada, xdotstrada, tstrada]=genera_rampa(vel);
sedile2=lsim(_____)
sedile2=sedile2';
```

**NB:** PER COERENZA DI DIMENSIONI VETTORIALI OCCORRE TRASPORRE IL VETTORE `sedile2`:  
usa il comando `whos` per valutare le dimensioni delle variabili nel workspace

Con  $y = x_2 \rightarrow$  velocità  $\dot{x}$  del sedile (**NB:** cambiando il vettore  $c$ , il sistema va ridefinito!)

```
c=[_____
sistema2vel=ss(_____)
velocita2=lsim(_____)
velocita2=velocita2';
```

Accelerazione  $\ddot{x}$  del sedile

```
accel2=_____
```

```
figure;
plot(_____
```

Il comfort, ovviamente, \_\_\_\_\_ riducendo la velocità di passaggio sulla rampa (le accelerazioni a cui è soggetto il passeggero \_\_\_\_\_).

Infatti, si ha (comando `max`):

velocità [km/h]	accelerazione massima [m/s <sup>2</sup> ]
50	5.6
5	0.6
1	0.11