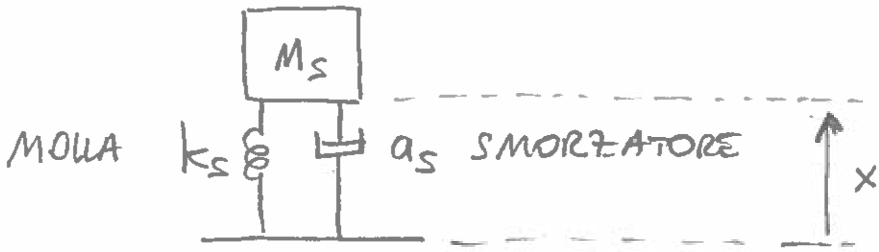
MOTO VERTICALE DEL SEDILE DI UN'AUTOMOBILE

Schema meccanico: massa - molla - smorzatore



k_s = costante elastica della molla

a_s = costante di attrito viscoso dello smorzatore

l_0 = lunghezza a riposo della molla

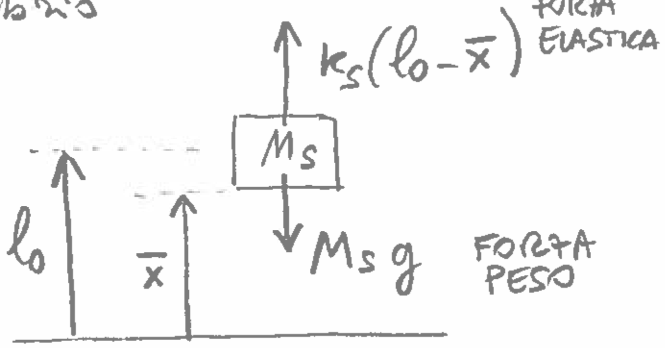
x = posizione verticale del sedile

$\dot{x}$ = velocità verticale del sedile

M_s = massa sedile + passeggero

MANTO STRADALE REGOLARE

- All'equilibrio

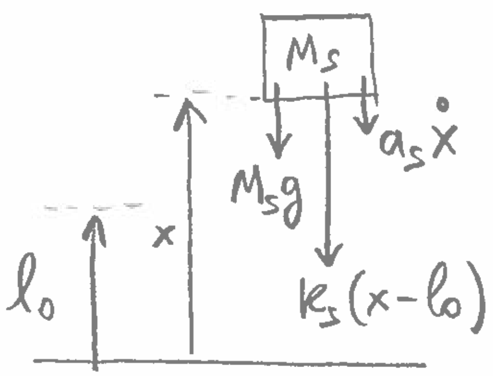


NOTA
la velocità verticale è nulla
⇒ lo smorzatore non esercita forze

$$(1) \quad M_s g = k_s(l_0 - \bar{x}) \quad \rightarrow \quad \bar{x} = -\frac{M_s}{k_s} g + l_0$$

POSIZIONE DI RIPOSO

- Non all'equilibrio



$M_s g$ = Forza peso

$k_s(x-l_0)$ = Forza elastica

$a_s\dot{x}$ = Forza di attrito viscoso

Dalla legge di Newton (massa · accelerazione = somma delle forze applicate) si ha:

$$M_s \ddot{x} = -k_s (x - l_0) - M_s g - a_s \dot{x}$$

Definisco ora con ξ lo scostamento del sedile dalla sua posizione di equilibrio

$$\xi = x - \bar{x}$$

da cui

$$\dot{\xi} = \dot{x}$$
$$\ddot{\xi} = \ddot{x}$$

Si ottiene perciò

$$M_s \ddot{\xi} = -k_s (\xi + \bar{x} - l_0) - M_s g - a_s \dot{\xi}$$

$$M_s \ddot{\xi} = -k_s \xi - k_s \bar{x} + k_s l_0 - M_s g - a_s \dot{\xi}$$

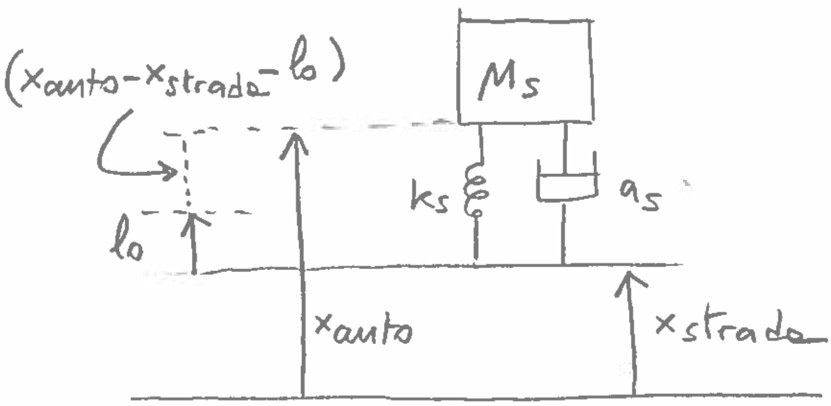
da cui, ricordando la (1) si ha: $\longrightarrow \bar{x} = -\frac{M_s}{k_s} g + l_0$

$$M_s \ddot{\xi} = -k_s \xi - a_s \dot{\xi}$$

se l'uscita è la posizione del sedile rispetto al suo punto di equilibrio, si ha

$$y = x - \bar{x} \quad \text{da cui} \quad y = \xi$$

MANTO STRADALE IRREGOLARE



x_{strada} = altezza del manto stradale

x_{auto} = posizione verticale dell'auto

NOTA: auto ≡ sedile

Ora si ha:

$$M_s \ddot{x}_{auto} = -M_s g - k_s(x_{auto} - x_{strada} - l_0) - a_s\overset{\bullet}{(x_{auto} - x_{strada})}$$

da cui

$$M_s \ddot{x}_{auto} = -M_s g - k_s(x_{auto} - x_{strada} - l_0) - a_s(\dot{x}_{auto} - \dot{x}_{strada})$$

Definisco χ_{auto} lo scostamento dell'auto dalla sua posizione di riposo cioè

$$\chi_{auto} = x_{auto} - \bar{x}$$

Si ha:

$$M_s \ddot{\chi}_{auto} = -M_s g - k_s \chi_{auto} - k_s \bar{x} + k_s x_{strada} + k_s l_0 - a_s \dot{\chi}_{auto} + a_s \dot{x}_{strada}$$

Ricordando la (1) si ottiene $\longrightarrow$ $\bar{x} = -\frac{M_s}{k_s} g + l_0$

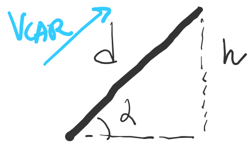
$$M_s \ddot{\chi}_{auto} + a_s \dot{\chi}_{auto} + k_s \chi_{auto} = k_s x_{strada} + a_s \dot{x}_{strada}$$

dove x_{strada} e $\dot{x}_{strada}$ sono i due ingressi del sistema e dipenderanno dalla velocità (V_{car}) dell'auto e dal profilo della strada (p.e.r , .)

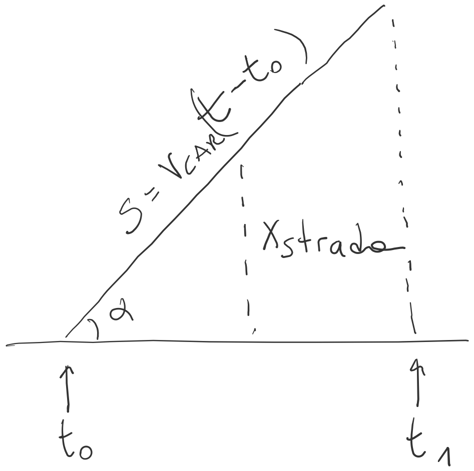
Vediamo come ottenere $x_{strada}(t)$ e $\dot{x}_{strada}(t)$ per una rampa

d = lunghezza della rampa

h = altezza della rampa



$$\frac{h}{d} = \operatorname{sen} \alpha$$



S = spazio percorso sulla rampa

$$X_{strada} = \operatorname{sen} \alpha \cdot S$$

$$\Rightarrow X_{strada} = \frac{h}{d} V_{CAR}(t - t_0)$$

per $t_0 < t < t_1$ e

$$t_1 = t_0 + \frac{d}{V_{CAR}}$$

Quindi

$$X_{strada}(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < t_0 \\ \frac{h}{d} V_{CAR}(t - t_0) & t_0 < t < t_1 \\ h & t > t_1 \end{cases}$$

$$\dot{X}_{strada}(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < t_0 \\ \frac{h}{d} V_{CAR} & t_0 < t < t_1 \\ 0 & t > t_1 \end{cases}$$